This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

Usage guidelines

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

+ *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.

+ *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.

+ *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.

+ *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at `http://books.google.com/`

Über dieses Buch

Dies ist ein digitales Exemplar eines Buches, das seit Generationen in den Regalen der Bibliotheken aufbewahrt wurde, bevor es von Google im Rahmen eines Projekts, mit dem die Bücher dieser Welt online verfügbar gemacht werden sollen, sorgfältig gescannt wurde.

Das Buch hat das Urheberrecht überdauert und kann nun öffentlich zugänglich gemacht werden. Ein öffentlich zugängliches Buch ist ein Buch, das niemals Urheberrechten unterlag oder bei dem die Schutzfrist des Urheberrechts abgelaufen ist. Ob ein Buch öffentlich zugänglich ist, kann von Land zu Land unterschiedlich sein. Öffentlich zugängliche Bücher sind unser Tor zur Vergangenheit und stellen ein geschichtliches, kulturelles und wissenschaftliches Vermögen dar, das häufig nur schwierig zu entdecken ist.

Gebrauchsspuren, Anmerkungen und andere Randbemerkungen, die im Originalband enthalten sind, finden sich auch in dieser Datei – eine Erinnerung an die lange Reise, die das Buch vom Verleger zu einer Bibliothek und weiter zu Ihnen hinter sich gebracht hat.

Nutzungsrichtlinien

Google ist stolz, mit Bibliotheken in partnerschaftlicher Zusammenarbeit öffentlich zugängliches Material zu digitalisieren und einer breiten Masse zugänglich zu machen. Öffentlich zugängliche Bücher gehören der Öffentlichkeit, und wir sind nur ihre Hüter. Nichtsdestotrotz ist diese Arbeit kostspielig. Um diese Ressource weiterhin zur Verfügung stellen zu können, haben wir Schritte unternommen, um den Missbrauch durch kommerzielle Parteien zu verhindern. Dazu gehören technische Einschränkungen für automatisierte Abfragen.

Wir bitten Sie um Einhaltung folgender Richtlinien:

+ *Nutzung der Dateien zu nichtkommerziellen Zwecken* Wir haben Google Buchsuche für Endanwender konzipiert und möchten, dass Sie diese Dateien nur für persönliche, nichtkommerzielle Zwecke verwenden.

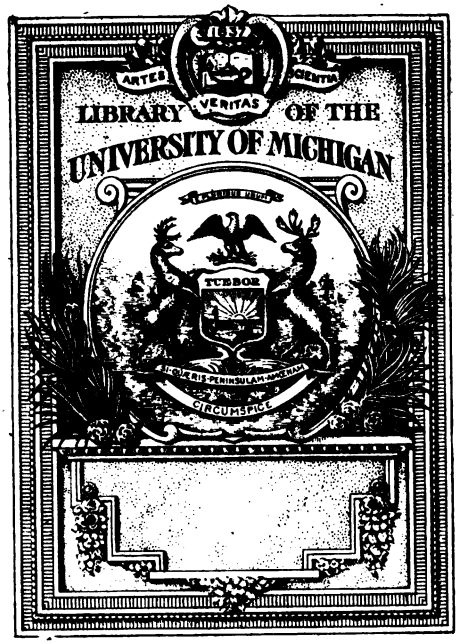
+ *Keine automatisierten Abfragen* Senden Sie keine automatisierten Abfragen irgendwelcher Art an das Google-System. Wenn Sie Recherchen über maschinelle Übersetzung, optische Zeichenerkennung oder andere Bereiche durchführen, in denen der Zugang zu Text in großen Mengen nützlich ist, wenden Sie sich bitte an uns. Wir fördern die Nutzung des öffentlich zugänglichen Materials für diese Zwecke und können Ihnen unter Umständen helfen.

+ *Beibehaltung von Google-Markenelementen* Das "Wasserzeichen" von Google, das Sie in jeder Datei finden, ist wichtig zur Information über dieses Projekt und hilft den Anwendern weiteres Material über Google Buchsuche zu finden. Bitte entfernen Sie das Wasserzeichen nicht.

+ *Bewegen Sie sich innerhalb der Legalität* Unabhängig von Ihrem Verwendungszweck müssen Sie sich Ihrer Verantwortung bewusst sein, sicherzustellen, dass Ihre Nutzung legal ist. Gehen Sie nicht davon aus, dass ein Buch, das nach unserem Dafürhalten für Nutzer in den USA öffentlich zugänglich ist, auch für Nutzer in anderen Ländern öffentlich zugänglich ist. Ob ein Buch noch dem Urheberrecht unterliegt, ist von Land zu Land verschieden. Wir können keine Beratung leisten, ob eine bestimmte Nutzung eines bestimmten Buches gesetzlich zulässig ist. Gehen Sie nicht davon aus, dass das Erscheinen eines Buchs in Google Buchsuche bedeutet, dass es in jeder Form und überall auf der Welt verwendet werden kann. Eine Urheberrechtsverletzung kann schwerwiegende Folgen haben.

Über Google Buchsuche

Das Ziel von Google besteht darin, die weltweiten Informationen zu organisieren und allgemein nutzbar und zugänglich zu machen. Google Buchsuche hilft Lesern dabei, die Bücher dieser Welt zu entdecken, und unterstützt Autoren und Verleger dabei, neue Zielgruppen zu erreichen. Den gesamten Buchtext können Sie im Internet unter `http://books.google.com` durchsuchen.



THE GIFT OF
Prof. A. Ziwet

087

Alexander Ziwet

QA
862
.T7
D12

Die Stabilität der Drehachse

Von

A. Dähne.

Metz.
Im Selbstverlage des Verfassers.
1884.

Gift of
Prof. A. Ziwet
Sept, 13 1906

Alle Rechte vorbehalten.

Metz. — Buchdruckerei Verronnais (Fischer Nachf.)

I. Theil.

Wenn man einen festen Körper in dem Medium der Luft um eine seiner freien Achsen rotiren läßt, so nimmt man an demselben die Eigenschaft wahr, daß er einer Kraft, welche versucht, ihn um eine räumliche senkrecht zur Drehachse befindliche Achse zu drehen, nicht Folge leistet, sondern, daß er unter Beibehaltung seiner Rotation einen anderen Weg nimmt, als die erwähnte hinzutretende Kraft ihm vorschreibt. Diese Erscheinung hat von jeher und mit Recht den Beobachter Wunder genommen erstaunlich ist aber die Leichtigkeit mit der man eine Erklärung dafür an den Haaren herbeigezogen hat, welche bis heute noch die Theorie der Rotationen von Körpern beherrscht.

Die Ablenkung des rotirenden Körpers von der Bahn, welche ihm die hinzutretende Kraft anweist, muß natürlich aus der Rotation des Körpers selbst entstehen, denn, ohne diese folgt der Körper der Kraft vollständig auf dem vorgezeichneten Wege. Es bleibt demnach zu untersuchen, in welcher Weise die Rotation ihren Einfluß auf die Ablenkung des Körpers ausübt. Die rotirende Bewegung eines Körpers um eine seiner freien Achsen sagt man, macht diese Achse stabil, das heißt ertheilt dem Körper ein größeres Beharrungsvermögen für die Richtung der Drehachse im Raume. Diese Anschauung steht nun in geradem Widerspruche zu folgendem ersten Grundgesetze der Mechanik: „Jede Bewegung hat die Eigenschaft in ihrem Zustande zu verharren, wenn sie nicht durch irgend eine Ursache gezwungen wird, in einen anderen Zustand überzugehen."

Sowie ein geworfener Körper durch die Anziehungskraft der Erde sofort beim Beginn seiner Bewegung aus der Wurf-Richtung gerückt wird, gleichviel ob die Wurfgeschwindigkeit groß oder klein ist, so muß sich die Richtung der Drehachse eines rotirenden Körpers sofort ändern, wenn eine Kraft sie zu ändern versucht, gleichviel ob die lebendige Kraft der Rotation groß oder gering ist. Wenn man von einem rotirenden Körper einzelne Theile loslöst, so bewegen sich diese in einer Tangente zum Kreise, den sie durchlaufen haben, fort. Die Tangente entfernt sich aber von der Peripherie des zugehörigen Kreises und daraus kann man auf gewisse in einem rotirende Körper vorhandene Fliehkräfte schließen, welche die einzelnen Theile des Körpers von der Achse zu entfernen streben.

Da nun diese Fliehkräfte bei der Rotation um eine freie Achse gleichmäßig nach allen Richtungen auf diese wirken, folgert man bisher, wird die Achse in ihrer Richtung festgehalten und zwar um so fester, je stärker die Fliehkräfte sind, also je größer die lebendige Kraft der Rotation ist. Diese bisher in der Mechanik übliche Folgerung erhält nun einen großen mathematischen Fehler, auf dessen Richtigstellung meine folgende Erklärung der Bewegung rotirender Körper basirt. Wenn auf einen materiellen Punkt 2 gleiche Kräfte nach entgegengesetzter Richtung wirken, so ist die Resultante = 0. Der materielle Punkt verläßt also seinen Ort nicht; er wird aber auch an seinem Orte durch die 2 auf ihn wirkenden Kräfte nicht festgehalten, sondern folgt jeder neuen Kraft vollständig nach dem Princip des Parallelogramms der Kräfte, nach welchem man die Resultante 0 mit der neuen Kraft zu einer Endresultirenden gleich der neuen Kraft zusammensetzt. Diese Betrachtung muß logischer Weise auch für die Wirkung der Fliehkräfte eines rotirenden Körpers maßgebend sein. Die Drehachse ist der Ort für eine unendliche Reihe von materiellen Punkten. Die Festigkeit des Materials vorausgesetzt, denke man sich die Fliehkräfte bestrebt die materiellen Punkte von ihrem Ort zu entfernen; hierbei erhalten wir die Resultante 0, das heißt, da die Fliehkräfte gleichmäßig und auf jeden Punkt nach allen Richtungen einer Ebene wirken, so heben sie sich gegenseitig bezüglich ihrer Wirkung auf die Lage der Achse auf. Absolut können sich die Fliehkräfte nach dem Princip der Erhaltung der Kraft allerdings nicht aufheben, es bleibt also zu untersuchen, in welcher Form die Wirkung der Fliehkräfte auftreten kann. Die Richtung derselben steht derjenigen der Cohäsionskräfte entgegen und muß sich demnach die Resultante in derselben Richtung befinden. Die Cohäsionskraft entzieht sich als Molekülarbewegung unserer direkten Wahrnehmung; die Fliehkraft äußert sich durch das Entfernen der Masse von der Achse. Die Resultante beider würde demnach etwa eine Volumenvergrößerung in der Richtung senkrecht zur Drehachse zur Folge haben, oder muß selbst nur eine Molekülarbewegung sein.

Nach der bisher üblichen Betrachtungsweise der Bewegung von Körpern, welche um eine ihrer freien Achsen rotiren, ist die Stabilität der Drehachse immer als besonderes Agens hingestellt worden. Trotzdem dieses mit der Vernichtung des Glaubens an die Stabilität naturgemäß verschwinden muß, halte ich es dennoch für geboten, auch die Art und Weise zu beleuchten, wie die betreffende Stabilität als Bewegungsursache in Rechnung gestellt wurde. Der rotirende Körper folgt den auf ihn wirkenden Kräften, welche die Richtung der Drehachse zu ändern suchen, in dem Medium Luft nicht direct; es liegt also zunächst die Frage vor: „Ist die Drehung eines um eine seiner freien Achsen rotirenden Körpers um eine Querachse möglich oder hebt die eine Drehung die andere auf?“ Natürlich ist die gleichzeitige Drehung eines Körpers um zwei *seiner* Achsen undenkbar und ist der Fall wo mehrere Kräfte den Körper um je eine *seiner* Achsen zu drehen suchen, durch die Aufstellung von Poinsots Parallelogramm der Rotationen, wonach die Drehung des Körpers um eine resultirende Achse erfolgt, vollständig erledigt. In diesem erwähnten Falle fallen sowohl die Achsen des Körpers, um welche die betreffenden Kräfte denselben zu drehen suchen, wie auch die resultirende Achse mit je einer bestimmten räumlichen Achse zusammen.

Etwas Anderes ist es aber, wenn man einen um eine seiner Achsen rotirenden Körper um eine räumliche Achse zu drehen sucht; hierbei kann man sich ein Drehungsbestreben um eine Achse des Körpers selbst absolut nicht vorstellen, ohne sich vorher die Rotation aufgehört zu denken, weil in den aufeinanderfolgenden unendlich kleinen Zeittheilchen jedesmal eine andere Achse des Körpers mit einer bestimmten räumlichen Achse zusammenfällt, oder mit anderen Worten, weil eine bestimmte Querachse des Körpers nur während eines unendlich kleinen Zeitraumes mit der betreffenden Achse des Raumes zusammenfällt. Um diesen Gedanken in Form einer mathematischen Formel auszudrücken, diene folgende Betrachtung: Der rotirende Körper hat in der senkrecht zur Drehachse befindlichen Ebene unendlich viele durch einen Punkt der Drehachse gehende Querachsen. Bei der Rotation des Körpers um seine Drehachse fallen diese Querachsen während einer Umdrehung jede einmal mit einer bestimmten räumlichen Achse zusammen. Die Umdrehungszeit möge nun groß oder klein sein, sie ist jedenfalls ein Positivum und bezeichnen wir dieselbe demnach zum Beispiel mit 1: so können wir sagen: „Wenn in der Zeit 1 von unendlich vielen Querachsen des Körpers jede einmal mit einer bestimmten räumlichen Achse zusammenfällt, so ist die Zeit, während welcher jede Querachse mit der räumlichen Achse zusammenfällt, $= \frac{1}{\infty}$. Der Grenzwerth (limes) dieser Zeitgröße ist aber $= 0$ und folglich findet bei dem Drehungsbestreben eines rotirenden Körpers um eine bestimmte räumliche Querachse, kein Drehungsbestreben um eine Querachse des Körpers selbst statt.

Wenn man es also mit der Untersuchung der Bewegung eines rotirenden Körpers um eine räumliche senkrecht zur Drehachse befindlichen Querachse zu thun hat, so darf man naturgemäß von dem Poinsot'schen Parallelogramm der Rotationen keine Anwendung machen, wie folgende Betrachtung beweisen wird. Ein allgemein als richtig erwiesenes logisches Calcul sagt uns, daß ein Körper, auf welchen gleichzeitig mehrere Kräfte einwirken, an denjenigen Ort im Raume gelangen muß, wo er ankommen würde, wenn er die Bewegungen nacheinander ausführte. Nach mathematischer Betrachtung ergiebt sich dann auf Grund dieses Calculs der Weg, welchen der Körper einschlagen wird. Wenn man die rotirende Bewegung eines Körpers um eine seiner freien Achsen bis zur Ruhe fortdauern läßt, und alsdann die Bewegung des Körpers um eine Querachse vornimmt, so ist die Kreisfläche, welche die Drehachse durchläuft, der Ort, in welchem sie sich auch in jedem Moment während der Drehung des Körpers um dieselbe befinden muß.

Betrachtet man die Drehung des Körpers um eine zur freien Drehachse senkrechten Querachse für sich allein, so wird man finden, daß alsdann eine bestimmte körperliche Achse mit der räumlichen, um welche die Drehung erfolgt, zusammenfällt. Dieses in vorliegendem Falle zufällige Zusammenfallen einer bestimmten Achse des Körpers mit der räumlichen Achse, um welche die Drehung angestrebt wird, kann natürlich nicht als charakteristisch zur Aufstellung des Parallelogramms der Rotationen, wie bisher geschehen, geltend gemacht werden.

Die bisher mit den verschiedensten Rotationsapparaten vorgenommenen Experimente bestätigen sämmtlich die Möglichkeit der gleichzeitigen Drehung eines Körpers um eine seiner Achsen und um eine räumliche Achse, denn wie sich der rotirende Körper auch bewegen möge, er giebt seine Rotation nicht im mindesten auf, wohl aber bewegt er sich unter dem Einflusse derselben Kraft anders, als wenn er nicht rotiren würde. Rein mechanisch genommen, kann sich der rotirende Körper nach dem oben geführten mathematischen Beweise nicht anders bewegen, wie der nicht rotirende. Denkt man sich also einen im leeren Raume freischwebenden Körper um seine freie Achse in Rotation versetzt, so wird sich durch die auftretenden Fliehkräfte sein Volumen vielleicht etwas verändern, im Uebrigen nimmt er als Ganzes keine Veränderung seiner Lage im Raume vor; in Folge dessen können wir denselben für die Resultate der auf ihn wirkenden Kräfte ebenso betrachten, als wenn ihm keine Rotation inne wohnte, weil eben die rotirende Bewegung kein anderes Resultat beim Körper hervorruft, wie es etwa auch die Molekularbewegung der Wärme thut, welche als bei der räumlichen Bewegung des Körpers mitwirkend hinzustellen noch Niemandem eingefallen ist.

Der Einfluß der Rotation muß demnach ein indirecter durch das Medium der Luft vermittelter sein. Die von Professer Magnus angestellten Versuche haben erwiesen, daß die einen Körper umgebende Luft mehr oder weniger an seiner Oberfläche adhärirt und wenn der Körper in Rotation versetzt wird, in derselben Richtung mitrotirt. Daß die Rotation der umgebenden Luft verhältnißmäßig energisch sein muß, ergiebt sich aus der ziemlich raschen Abnahme der Rotationsgeschwindigkeit des Körpers, also aus der raschen Uebertragung der dem festen Körper innewohnenden Energie auf die Luft respektive auf den Gesammtstoff der Erde, auf welchen sich jede Bewegung unserer sinnlichen Wahrnehmung nach vertheilt. (Bei letzterer Betrachtung wird von dem Energieverlust, der durch die Reibung und Wärmeentwicklung im Achsenlager entsteht, abgesehen). *) Jeder Gegenstand, der nun in den Bereich der rotirenden Luft kommt, muß in Folge dessen von dieser Luft in Bewegung gesetzt werden, was man beobachten kann, wenn man Fähnchen in die Nähe eines rotirenden Körpers bringt.

Unter diesem Gesichtspunkte will ich in Folgendem die Bewegung von Körpern in einigen Rotationsapparaten zu erklären suchen.

Ich wende mich zunächst zum Fessel'schen Apparate; derselbe besteht bekanntlich aus einem dünnen cylindrischen Stabe, welcher in der Mitte so unterstützt ist, daß seine Bewegung in der Horizontalen unbegrenzt, diejenige in verticaler Richtung durch das Stativ begrenzt ist. An der einen Seite des Stabes ist ein Kreisel so befestigt, daß seine Drehachse mit der Achse des cylindrischen Stabes zusammenfällt, auf die andere Seite des Stabes ist ein Gewicht aufgeschoben, welches durch eine Schraube an jeder Stelle dieser Seite festgestellt werden kann. Wird nun das

*) Anmerkung: Selbstverständlich ist der Energieverlust, welcher durch die Reibung im Achsenlager entsteht, größer wie derjenige, welcher durch die Reibung an der den Körper umgebenden Luft eintritt.

Gewicht so befestigt, daß sich die beiden Seiten des Stabes im Gleichgewicht befinden, und der Kreisel wird in Rotation versetzt, so sehen wir keine Veränderung der Lage des Stabes im Raume eintreten. Wird das Gewicht so angebracht, daß die Seite desselben die Seite des Kreisels überwiegt, so wird bei Nichtrotation des Kreisels eine Drehung des Stabes mit seiner Achse in der Vertical-Ebene, in der sie sich ursprünglich befindet, stattfinden, indem sich die Seite des Gewichts dem Erdmittelpunkte soviel nähert, als es das Stativ erlaubt. Wird das Gewicht dagegen an einer Stelle festgeschraubt, daß die andere Seite das Uebergewicht bekommt, so tritt die umgekehrte Drehung jedoch in derselben Ebene ein. Befindet sich nun der Kreisel in Rotation, so bewegt sich jeder Punkt der Achse in einer Spirale um eine verticale Linie, welche durch den Unterstützungspunkt des Stabes geht. Die Spirale wendet sich nach dem Erdmittelpunkte bei derjenigen Seite der Achse, welche das Uebergewicht hat; die Punkte der anderen Seite der Achse entfernen sich in einer Spirale vom Erdmittelpunkte. Die Spirale würde bis zu einem Durchmesser 0 enger werden, so daß die Achse des Stabes die verticale Lage einnähme, wenn nicht das Stativ des Apparates die Bewegung der Drehachse zur verticalen Lage begrenzte. Zur Betrachtung der weiteren Ergebnisse denke man sich die Beobachtung vom Unterstützungspunkte des Stabes geschehend, so wird man folgende Wahrnehmung machen. Bei einer Rotation des Kreisels von oben über rechts nach unten und beim Uebergewicht der Seite des Kreisels findet die Drehung der Achse in einer linksgängigen Spirale statt; hat dagegen bei derselben Rotation die Seite des Stabes mit der angeschraubten Beschwerung das Uebergewicht, so findet die Drehung in einer rechtsgängigen Spirale statt. Findet die Rotation des Kreisels von oben über links nach unten statt, so treten die den obigen Fällen entgegengesetzt gerichteten Bewegungen ein. Ist das Verhältniß der Rotationsgeschwindigkeit des Kreisels zum Uebergewicht der einen Seite des Stabes groß, so sind die Gänge der Spirale flach; ist das Verhältniß nur klein, so sind die Gänge steil. Man sieht daher bei Beginn der Functionirung des Apparates eine fast horizontale Bewegung der Drehachse eintreten, während dieselbe sich endlich bei Abnahme der Rotationsgeschwindigkeit der verticalen Richtung nähert. Die oben erwähnten wahrzunehmenden Bewegungen haben ihren Grund darin, daß die Bewegung der den Kreisel umgebenden Luft die Ablenkung desselben bewirkt. Durch die Rotation des Kreisels wird die denselben umgebende Luft in eine ebenso gerichtete Rotation versetzt; wird nun der Kreisel vermittelst der Festigkeit des Materials durch das Uebergewicht einer Seite in eine Bewegung versetzt, welche die Achsenlage ändert, so tritt der Kreisel hierbei in den Bereich der rotirenden Luft und muß von dieser in Bewegung gesetzt werden. Der Kreisel ist ein Cylinder von geringer Höhe in Verhältniß zu seinem größeren Durchmesser; ich werde deshalb hierbei nur die Bewegungsübertragung durch Vermittelung der Grundflächen der Betrachtung unterziehen, während ich bei der Rotation eines verhältnißmäßig höheren Cylinders in einem anderen Apparate die Mantelfläche als die die Uebertragung der Bewegung hauptsächlich vermittelnde betrachten werde. Angenommen, die Achse des Stabes beim Fessel'schen Apparate befände sich bei Beginn der Bewegungen in hori-

zontaler Lage, die Rotation des Kreisels fände von oben über rechts nach unten statt, und die Seite des Kreisels hätte das Uebergewicht, so muß für die Grundflächen des cylindrischen Kreisels das Bestreben eintreten, derart aus der verticalen Lage in die horizontale überzugehen, daß die Bewegung von oben über außen nach unten statt findet, wobei sich die Betrachtung wieder auf eine Beobachtung vom Unterstützungspunkte aus bezieht. Der Kreisel tritt nun mit seiner äußeren Grundfläche so in die rotirende Luft ein, daß die linke Seite der Grundfläche unter einem Winkel von den rotirenden Lufttheilchen getroffen wird, während die Lufttheilchen an der rechten Seite der äußeren Grundfläche unter einem Winkel von ihr entfliehen. An der inneren Grundfläche findet die umgekehrte Bewegung statt; in Folge dessen erhält der Kreisel an seiner äußeren Grundfläche auf der linken Seite einen nach innen gerichteten und auf der rechten Seite der inneren Grundfläche einen nach außen gerichteten Druck, welcher bewirkt, daß der Kreisel sich nach links bewegt. Je größer das Verhältniß der Rotationsgeschwindigkeit des Kreisels zum Uebergewicht der einen Seite des Apparates ist, um so größer ist der Winkel, unter welchem sich die Spirale, welche jeder Punkt der Kreiselachse durchläuft, von der Verticalen abwendet bis zu 90° exclusive. Bei umgekehrter Rotation des Kreisels und gleichzeitiger entgegengesetzter Seite des Uebergewichts muß naturgemäß dieselbe Ablenkung eintreten, während bei einseitiger umgekehrter Rotation des Kreisels oder entgegengesetzter Seite des Uebergewichts die entgegengesetzte Ablenkung eintreten muß.

Ein anderer Rotationsapparat, welcher der Betrachtung unterzogen werden soll, wurde von Bohnenberger construirt und gestattet die Drehung eines in demselben functionirenden Körpers nach allen Richtungen in unbegrenzter Weise. Der Apparat besteht aus einem Stativ mit darauf befindlichem in verticaler Lage befestigten Ringe. In diesen Ring ist ein zweiter so eingesetzt, daß er sich unbegrenzt um seine verticale Achse drehen kann, und in diesem Ringe ist ein dritter so befestigt, daß sich dieser unbegrenzt um seine horizontale Achse bewegen kann. In den dritten Ring kann man einen Körper so einsetzen, daß man demselben Rotation um eine seiner Achsen ertheilen kann, und dieser Körper kann sich alsdann außerdem nach allen Richtungen um den Mittelpunkt aller Ringe unbegrenzt und frei bewegen. Ich betrachte zuerst die Bewegungen eines Cylinders von verhältnißmäßig großer Höhe und kleinerem Durchmesser. Der Cylinder wird so eingesetzt, daß er um seine Längachse in Rotation gesetzt werden kann, und daß sich sein Schwerpunkt im Mittelpunkte sämmtlicher Ringe befindet; alsdann befindet sich der Körper in jeder Lage im Gleichgewicht. Beschwert man nun eine Seite des Cylinders durch ein Gewicht, so tritt bei Nichtrotation eine Drehung der Längenachse des Cylinders in der Verticalebene ein, in welcher sie sich ursprünglich befindet, bis die Längenachse mit der Seite des Uebergewichtes nach unten gerichtet steht.

Zur Beobachtung der in folgendem zu erörternden Bewegungen denke man sich in den Mittelpunkt sämmtlicher Ringe mit dem Gesicht nach der Seite des Uebergewichts versetzt. Man sieht alsdann bei einer

Rotation des Cylinders von oben über rechts nach unten eine Linksbewegung des Cylinders eintreten, wobei sich jeder Punkt der Achse in einer sich verjüngenden Spirale um die Verticale durch den Mittelpunkt der Ringe bewegt. Der Gang der Spirale ist so lange flach, wie die Rotation des Cylinders noch bedeutend ist, während mit Abnahme der Rotationsgeschwindigkeit die Gänge der Spirale steiler werden. Bei einer Rotation des Cylinders von oben über links nach unten tritt die Abweichung nach der rechten Seite ein. Zur Erklärung der hier auftretenden Bewegungen ziehe ich in diesem Falle nur die Mantelfläche des Cylinders als die die Bewegungsübertragung vermittelnde in Betracht. Bei Gleichgewichtslage des rotirenden Cylinders befindet sich derselbe in einer ihn umgebenden in demselben Sinne wie er rotirenden Lufthülle.

Wird nun der Cylinder durch das Uebergewicht auf einer Seite aus seiner Lage gebracht, so muß er in die rotirende Luft eintreten, und von derselben in Bewegung gesetzt werden, was auf folgende Weise geschieht. Bei Rechtsrotation erhält der Cylinder einen Druck an der vorderen rechten und an der hinteren linken Mantelfläche, wodurch die Linksbewegung der Längenachse bewirkt wird; bei Linksrotation findet der Druck an der vorderen linken und an der hinteren rechten Mantelfläche statt, und hierdurch tritt die Rechtsbewegung der Längenachse ein. Einigermaßen paradox erscheint meine Erklärungsweise vielleicht in ihrer Anwendung für die Bewegung einer Kugel, indem man annehmen könnte, daß sich eine solche in der kugelförmigen sie umgebenden Lufthülle unbeeinflußt durch die Bewegung dieser Lufthülle drehen müßte. Die Bewegung der Lufthülle wird hervorgerufen durch die Reibung der Luft an dem sich bewegenden Körper. Wird nun eine rotirende Kugel aus ihrer Gleichgewichtslage in eine um eine räumliche senkrecht zur Drehachse befindlichen Achse drehende Bewegung versetzt, so fällt die Bewegungsrichtung der Atome der Kugel-Oberfläche nicht mehr vollständig mit der Bewegungsrichtung der Atome der inneren Lufthüllefläche zusammen und in Folge dessen entsteht an einzelnen Stellen der Kugel eine Vergrößerung der Reibung, wodurch die Ablenkung veranlaßt wird. Angenommen, z. B. die Kugel befinde sich in Rechtsrotation, so bewegen sich die Theile über der Achse sowohl bei der Kugel wie bei der Lufthülle von links über oben nach rechts und die Theile unter der Achse bewegen sich von rechts über unten nach links. Wird nun die Drehachse der Kugel durch ein Uebergewicht vorne gesenkt, hinten gehoben, so reiben sich vorne die von links über oben nach rechts sich bewegenden Theile der Kugel an den von rechts über unten nach links sich bewegenden Theilen der Lufthülle; hinten reiben sich die von rechts über unten nach links sich bewegenden Kugeltheilchen an den von links über oben nach rechts sich bewegenden Lufttheilchen. Die Reibung wird also am vorderen Ende der Kugel gegen die Rechtsbewegung, am hinteren Ende gegen die Linksbewegung stärker und demnach muß sich die Kugel nach links drehen, wie es der Rotationsapparat von Bohnenberger zeigt.

Da es im Allgemeinen paradox erscheinen mag, die einen rotirenden Körper umgebende rotirende Lufthülle als Ursache der Ablenkung der Drehachse zu betrachten, scheint es mir geboten, noch einmal besonders

auf die Differenz hinzuweisen, welche zwischen der Energie der rotirenden Lufthülle und derjenigen des Körpers in Richtung der Drehung um eine räumliche Achse durch ein Uebergewicht besteht. Die Geschwindigkeit eines frei fallenden Körpers beginnt mit 0, also auch die, welche die Achse eines rotirenden Körpers durch ein Uebergewicht zu drehen sucht. Die Energie des rotirenden Körpers in Richtung der Bewegung der Drehachse ist demnach in den ersten Zeittheilchen trotz der etwa großen Masse des Körpers äußerst minimal. Die Energie des rotirenden Luftkörpers, welcher nahezu die Geschwindigkeit der Atome an der Oberfläche des rotirenden Körpers hat, ist also trotz der allerdings geringen Masse (wegen des geringen specifischen Gewichts der Luft) immerhin bedeutend.

Bedenkt man nun, daß beim geringsten Austritt der Drehachse des rotirenden Körpers aus ihrer mit der Achse der rotirenden Lufthülle concentrischen Lage der rotirende Körper sofort in den Bereich der rotirenden Lufthülle tritt, bedenkt man ferner, daß doch ein Minimum von Energie genügt, eine Masse zu bewegen, so leuchtet es wohl ein, daß die rotirende Lufthülle den rotirenden Körper ablenken kann. Vergegenwärtige man sich nur das Umwehen festgewurzelter schwerer Bäume durch die Energie von Luftatomen und man wird sich die Energie der um den Körper rotirenden Lufthülle leicht vorstellen können.

Wenn die rotirende Lufthülle den Körper nur nach der Seite ablenkte, so müßte die Wirkung des Uebergewichts vollkommen ebenso groß sein, wie ohne Ablenkung nach der Seite, das heißt, die Drehachse müßte sich in derselben Zeit vertical gestellt haben, als sie gebrauchte, wenn keine Ablenkung statt fände. Nun dauert aber der Uebergang der Drehachse aus der horizontalen in die verticale Lage überaus lange, und dies hat seinen Grund darin, daß die Lufthülle den Körper, wenn er horizontal in dieselbe eintritt, auch sofort vertical bewegt. Diese Bewegung in der Verticalen ist aber derjenigen durch das Uebergewicht veranlaßten gerade entgegen gerichtet und läßt die letztere Bewegung also nur ganz allmählig mit der Abnahme der Rotationsgeschwindigkeit zur Geltung kommen.

Betrachtet man die ablenkende Bewegung des rotirenden Körpers ganz specificirt, so wird man finden, daß jeder Punkt der Drehachse seine Bewegung nicht genau in der oben erwähnten spiralenförmigen Bahn inne hält, sondern daß er sich cycloidisch um die betreffende Spirale bewegen muß. Wir haben den rotirenden Körper bis dahin verfolgt, wo er durch das Uebergewicht in die rotirende Lufthülle gerückt (I. Moment), von dieser seitwärts also in horizontaler Richtung bewegt wird. Durch diese Seitwärtsbewegung (II. Moment) tritt der Körper in die rotirende Lufthülle an der Stelle ein, wo sich diese der Wirkung des Uebergewichts entgegengesetzt bewegt und demnach muß der Körper nun die der Bewegung durch das Uebergewicht entgegengesetzte Richtung einschlagen (III. Moment). Endlich wird der Körper durch die Bewegung des III. Moments aus denselben Gründen in eine der Bewegung des II. Moments entgegengerichtete Bewegung (derjenigen des IV. Moments) versetzt. Wenn die Energie der Bewegungen jeden Moments dieselbe

wäre, so müßte die Zusammenstellung der 4 Momente einen Kreis ergeben. Nun stehen dem I. und II. Moment nur die Trägheit der Masse entgegen, dem III. Moment aber außerdem die Wirkung des Uebergewichts. Wenn demnach die Bewegung des III. Moments eine nur langsam und kurz andauernde ist, so kann der IV. Moment erst recht nur kurze Zeit zur Geltung kommen, und da seine Bewegung derjenigen des II. Moments entgegen gerichtet ist, kann sie nur eine ganz minimale sein. Es versteht sich, daß die cyloidische Bewegung des rotirenden Körpers überhaupt nur eine ganz geringe sein kann und ist sie aus diesem Grunde bei den Bewegungen der rotirenden Körper kaum bemerkbar, nur an dem auftretenden Zittern der in Funktion befindlichen Apparate läßt sie sich erkennen.

Der experimentelle Beweis dafür, daß die rotirende Lufthülle die Ablenkungsursache ist, würde sich aus dem Verhalten eines rotirenden Körpers in einem Falle ergeben, in welchem der Einfluß der rotirenden Lufthülle aufgehoben wird. So wäre es am besten, wenn man die Rotationsapparate in luftleerem Raume functioniren lassen könnte, aber auch ein anderes Experiment beweist meine Behauptung bis zur Evidenz. Wenn man bei einem der Rotationsapparate die nach der Seite ablenkende Bewegung des rotirenden Körpers durch irgend eine Kraft aufhebt, so bewegt sich der rotirende Körper völlig ebenso, wie er sich ohne Rotation bewegen würde. Dieses könnte aber nach dem Princip der Erhaltung der Kraft unmöglich der Fall sein, wenn die Ablenkung durch die dem rotirenden Körper innewohnenden Kräfte veranlaßt würde, indem durch die betreffende hinzutretende Kraft, welche die Ablenkung verhindert, diejenige Kraft absorbirt wird, welche die Ablenkung veranlaßt. Die hinzutretende Kraft muß also gegen eine andere Kraft wie die dem Körper inne wohnende gerichtet sein, und zwar, wie ich oben gezeigt habe, gegen die Wirkung der rotirenden Lufthülle.

Wenn man z. B. beim Bohnenberger'schen Apparate den Ring, welcher um eine verticale Achse drehbar ist, feststellt und läßt den Apparat wie gewöhnlich functioniren, so bewegt sich der betreffende Körper mit Rotation ebenso wie ohne Rotation, und doch wird an der Arretirung des festgestellten Ringes Arbeit geleistet. Da der rotirende Körper nun keine Kraft einbüßt, muß die Arbeit von einer anderen Kraft geleistet werden, nämlich von der lebendigen Kraft der rotirenden Lufthülle.

Geschrieben im Dezember 1878.

II. Theil.

Als ich im Jahre 1878 in Berlin Gelegenheit hatte, Vorlesungen über Physik zu hören, verfaßte ich die vorstehende Abhandlung über die Stabilität der Drehachse als eine Polemik gegen die bisher herrschende Theorie über diesen Gegenstand.

Ich habe mich seit jener Zeit zwar bemüht, meinen in der erwähnten Abhandlung ausgesprochenen Ansichten Anhänger zu verschaffen, doch geschah dies lediglich auf dem sehr beengten Wege des schriftlichen Verkehrs.

Da wurde mir vor einiger Zeit von einem Gelehrten, mit welchem ich wegen des erwähnten Gegenstandes in Correspondenz gestanden hatte, die Bekanntmachung der von dem Physiker Herrn Weigle aus Stuttgart gefundenen sogenannten gleichzeitigen doppelten und gleichzeitigen dreifachen Rotation zugesandt. Herr Weigle schreibt in seiner ersten Bekanntmachung über seine Erfindung: „Es ist dies eine neue Bewegungsart und ich habe dieselbe doppelte Rotation genannt. Eine Kugel kann, während sie um eine Achse rotirt, gleichzeitig rechtwinklig zu ihrer ersten Rotationsrichtung rotiren, oder wenn eine rotirende Kugel, deren Pole wie bei unserer Erde gedacht werden, also mit Süd- und Nordpol, von West nach Ost rotirt, so kann sie ohne Störung dieser Rotationsrichtung gleichzeitig von Süd nach Nord oder aber umgekehrt von Nord nach Süd rotiren.“ Dieselbe Behauptung hatte ich nun schon vor 5 Jahren in meiner Abhandlung über die Stabilität der Drehachse aufgestellt, und ich habe mir daher alsbald den von Herrn Weigle konstruirten Apparat beschafft, mit welchem man die gleichzeitige doppelte Rotation einer Kugel zeigen kann. Herr Weigle schreibt in einer später bekannt gemachten Beschreibung der von ihm nun ebenfalls gefundenen dreifachen Rotation: „Bei gleichzeitiger dreifacher Rotation einer Kugel rotirt dieselbe um 2 rechtwinklig sich kreuzende horizontale Achsen und um eine verticale Achse.“ Eine solche dreifache Rotation soll an dem mir übersandten Apparate ebenfalls gezeigt werden können; daß dies jedoch nicht der Fall ist, werde ich in Folgendem zu beweisen versuchen.

Der von Herrn Weigle konstruirte Apparat besteht lediglich aus einem dahin aptirten Bohnenberger'schen Rotationsapparate, daß nicht nur die Kugel, sondern auch die beiden beweglichen Ringe in Rotation um ihre Achsen versetzt werden können. Dies ist dadurch erreicht, daß die Achsen der Ringe verlängert sind und um dieselben eine Schnur zum Abziehen gewickelt werden kann. Ich wende mich zunächst in deductiver Weise gegen die Behauptung der Möglichkeit der gleichzeitigen Rotation eines Körpers um 3 verschiedene Achsen. Es ist unmöglich, daß ein Körper gleichzeitig um 2 seiner Achsen rotirt, was durch folgende Betrachtung leicht einleuchten wird. Die beiden beliebig angenommenen Achsen des Körpers müssen wegen der Festigkeit des Materials, welche natürlich vorausgesetzt wird, stets die ursprüngliche Lage zu einander behalten.

Bei der Rotation eines Körpers um eine seiner Achsen behält ferner jedes Massentheilchen des Materials ebenfalls vermöge der Festigkeit des Materials stets die ursprüngliche Lage zu dieser Achse. Aus dieser Betrachtung ergiebt sich, daß die Wege eines bestimmten Massentheilchens bei ihrer Rotation um verschiedene Achsen auch verschieden sein müssen. Ein Massentheilchen kann aber nach unseren Begriffen nicht zwei verschiedene Wege zu gleicher Zeit zurücklegen und demnach ist auch die gleichzeitige Drehung eines Körpers um 2 seiner Achsen nicht möglich; wenn also auf einen Körper 2 Kräfte einwirken, von denen jede denselben um je eine seiner Achsen zu drehen strebt, so wird wie allgemein bekannt, eine Rotation des Körpers um eine resultirende Achse stattfinden. Aus denselben Gründen ist es unmöglich, daß ein Körper gleichzeitig um 2 räumliche Achsen rotirt, denn wie bei der vorhergehenden Betrachtung die Lage zweier beliebiger Achsen des Körpers zu einander wegen der Festigkeit des Materials als unveränderlich angesehen werden mußte, so ergiebt sich dies von 2 beliebig angenommenen räumlichen Achsen aus der Sache selbst. Es bleibt demnach nur die Möglichkeit der gleichzeitigen Rotation eines Körpers um eine seiner Achsen und um eine räumliche Achse übrig, denn in diesem Falle können die beiden angenommenen Achsen ihre Lage zu einander in jedem Moment beliebig ändern, ohne etwas von ihrer Eigenthümlichkeit aufzugeben. Also mit anderen Worten: 1) es liegt im Begriff zweier gedachter räumlichen Achsen, daß dieselben ihre Lage zu einander nicht ändern können; 2) 2 einem Körper eigenthümliche Achsen können ihre Lage zu einander wegen der Festigkeit des Materials nicht ändern; 3) dagegen kann eine einem Körper eigenthümliche Achse ihre Lage zu einer bestimmten räumlichen Achse sehr wohl ändern. Hieraus ergiebt sich, daß eine gleichzeitige dreifache Rotation eines Körpers überhaupt nicht möglich ist. Ich wende mich demnächst zur Beschreibung der mit dem Weigle'schen Apparat auszuführenden Experimente. Zur Ausführung des Experiments der doppelten Rotation muß der mittlere Ring durch Schrauben mit dem äußeren Ringe verbunden und dadurch festgestellt werden, dann wird zuerst die Kugel um ihre Achse, mit welcher sie im inneren Ringe ruht und dann der innere Ring um seine Achse, mit welcher er im mittleren Ringe ruht in Rotation versetzt. Es läßt sich nun deutlich wahrnehmen, daß diese beiden Rotationen gleichzeitig ebenso vor sich gehen, als wenn dieselben nach einander ausgeführt werden, d. h. der innere Ring rotirt ebenso um seine Achse, als wenn die Kugel nicht innerhalb desselben um ihre Achse rotirte. Da die Achse des inneren Ringes senkrecht zur Achse der Kugel befindlich ist, so folgt aus dem angeführten Experimente, daß die Kugel, während sie um eine ihrer Achsen rotirt, gleichzeitig rechtwinklig zu ihrer ersten Rotationsrichtung* rotiren kann, und zwar macht sie die zweite Rotation ganz ebenso, wie sie dieselbe machen würde, wenn die Rotation um ihre eigene Achse nicht vorhanden wäre. Diese Thatsache ist nun an und für sich nicht neu, sie kann auch unmöglich von Herrn Weigle gefunden worden sein, sondern sie ist gewiß schon längst aller Welt bekannt gewesen. Man braucht zur Ausführung des betreffenden Experiments auch den Weigle'schen Apparat nicht, sondern kann den Versuch mit jedem Bleistift lediglich mit den Händen ausführen, denn es ist nichts leichter als einen Bleistift zwischen den Fingern gleichzeitig um seine Längenachse und um

eine zu dieser senkrecht stehenden räumlichen Achse zu drehen. Bildet man um den Bleistift herum etwa in der Mitte desselben aus einer plastischen Masse eine Kugel, so ist die gleichzeitige Rotation dieser Kugel einmal um die ihr nun ebenfalls eigenthümliche Längenachse des Bleistifts und ferner um eine zu dieser Achse senkrecht befindliche räumliche Achse leicht auszuführen. Diese doppelte Rotation ist natürlich an dem Bohnenberger'schen Apparate ebenso gut auszuführen, wie an dem Weigle'schen, welch' letzterer sich eben durch nichts weiter von ersterem unterscheidet, als daß um die Achsen des inneren und mittleren Ringes Bindfäden gewickelt werden können. Ich habe auf die Ausführung des Experiments der doppelten Rotation schon am Schluß des ersten Theils dieser Abhandlung hingewiesen, dadurch daß ich sagte: Wenn man bei einem der Rotationsapparate die nach der Seite ablenkende Bewegung des rotirenden Körpers durch irgend eine Kraft aufhebt also beispielsweise den mittleren Ring beim Bohnenberger'schen Apparat feststellt, so bewegt sich der rotirende Körper völlig ebenso, wie er sich ohne Rotation bewegen würde. Ein solches Aufheben der nach der Seite ablenkenden Bewegung der Achse des rotirenden Körpers durch irgend eine Kraft ist aber beim Weigle'schen Apparat ebenso nothwendig um die doppelte Rotation rein ausführen zu können, wie beim Bohnenberger'schen Apparate. Deßhalb muß man, wie oben gesagt, vor Ausführung des Experiments der doppelten Rotation mit dem Weigle'schen Apparat den mittleren Ring feststellen, obgleich Herr Weigle von dieser Bedingung nichts erwähnt. Was die Ausführung des Experiments der von Herrn Weigle so benannten gleichzeitigen dreifachen Rotation betrifft, so besteht dieselbe lediglich darin, daß man sowohl die Kugel wie inneren und mittleren Ring nach einander in Rotation um ihre Achsen versetzt und daß die betreffenden Körper alsdann gleichzeitig um die betreffenden Achsen rotiren. Die Kugel rotirt aber hierbei natürlich nur erstens um ihre Drehachse und ferner um e i n e räumliche Mittelachse, welche als eine resultirende aus der Drehung des inneren und mittleren Ringes um ihre resp. Achsen zu betrachten ist. Der innere Ring rotirt hierbei gleichzeitig um seine Drehachse und um eine räumliche Achse, repräsentirt durch die Lage der Achse des äußeren Ringes. Ich habe schon im ersten Theile dieser Abhandlung darauf hingewiesen, daß die Ablenkung der Drehachse eines rotirenden Körpers aus derjenigen Ebene, in welcher eine Kraft dieselbe zu drehen strebt, nicht durch die rotirende Bewegung des Körpers um diese Drehachse direct bewirkt werden kann, sondern daß die Ablenkung durch die Bewegung einer außerhalb des Körpers befindlichen Masse hervorgebracht werden muß. In Folgendem sei es mir gestattet, die über die Ursachen jener Ablenkung bis jetzt herrschenden Ansichten, wie dieselben in unseren Lehrbüchern der Physik niedergelegt sind, einer kurzen Betrachtung zu unterwerfen. Ich lege das Lehrbuch der Physik von Professor Reis zu Grunde, in welchem zur Erklärung der physicalischen Erscheinungen fast durchweg der Weg der mathematischen Deduction gewählt worden ist. Wir können also über den vorliegenden Gegenstand, welcher doch in das Gebiet der allgemeinen Mechanik gehört, in dem erwähnten Buche besonders klare Auseinandersetzungen erwarten. Auf Seite 159 des Lehrbuches der Physik von Professor Reis befindet sich folgendes für die freien Achsen geltendes Gesetz angeführt: „Ist die freie Achse die Dreh-

achse eines rotirenden Körpers, so verharrt sie mit einer Kraft in ihrer Richtung, welche mit der Masse und der Geschwindigkeit des sich drehenden Körpers wächst.“ Zum Beweise dieses Gesetzes heißt es dann weiter: „Gerade so, wie jedes Molekül vermöge der Trägheit in seiner Richtung zu verharren strebt, gerade so muß auch jedes Molekül vermöge der Trägheit in seiner Drehungsebene verharren; und demnach einen Widerstand ausüben, wenn eine Kraft es aus seiner Ebene heraus zu bewegen strebt.“ Diese Behauptung steht nun in directem Widerspruche mit dem Gesetze über die Zusammensetzung der Kräfte, denn nach diesem Gesetze muß man behaupten: „Gerade so wie jedes Molekül vermöge der Trägheit in seiner Richtung zu verharren strebt, so lange keine Kraft dasselbe aus dieser Richtung zu bewegen strebt, gerade so muß auch jedes Molekül vermöge der Trägheit in seiner Drehungsebene verharren, so lange keine Kraft dasselbe aus dieser Ebene heraus zu bewegen strebt. Wenn dagegen eine Kraft das Molekül aus seiner Drehungsebene heraus zu bewegen strebt, so wird es dieser Kraft nicht folgen, sondern es wird einen resultirenden Weg nehmen, den man durch Zusammensetzung desjenigen Weges, den das Molekül in der Drehungsebene einzuschlagen bestrebt ist, und desjenigen Weges, den das Molekül auf Grund der hinzutretenden Kraft einschlagen würde, finden kann.“ Daß dieser resultirende Weg nicht in der Drehungsebene liegen kann, ergiebt sich dann leicht nach dem Satze vom Polygon der Kräfte. Das Molekül muß den außerhalb der Drehungsebene liegenden resultirenden Weg demnach sofort einschlagen, wenn eine Kraft dasselbe aus der Drehungsebene herauszubewegen strebt. Von einem Widerstande den das Molekül einer solchen Kraft entgegensetzen soll, kann also ebenso wenig die Rede sein, wie ein Molekül, welches in geradliniger Bewegung begriffen ist, derjenigen Kraft keinen Widerstand entgegensetzt, welche es aus dieser geradlinigen Richtung zu bewegen strebt; das Molekül schlägt vielmehr sofort nach Einwirkung der erwähnten Kraft die resultirende Richtung ein und verharrt also nicht die geringste Zeit mehr in seiner alten Richtung. Es giebt demnach keine Stabilität der Drehachse, auch läßt sich eine solche weder experimentell nachweisen noch erscheint sie irgendwo in der Natur. Die Erdachse verharrt nicht in unveränderter Richtung im Raume, sondern dreht sich in einer Kegeloberfläche um die Achse der Ekliptik. Die Achse eines auf der Spitze stehenden rotirenden Kreisels behält keine bestimmte Richtung, sondern bewegt sich in der Oberfläche eines Kegels, dessen Winkel ja manchmal so außerordentlich klein sein mag, daß man die Drehung der Achse nicht wahrnehmen kann. Was die Thatsache anbelangt, daß scheibenartige Körper wie Räder, Geldstücke, Reifen 2c., nicht umfallen, wenn und so lange sie auf der Peripherie rollen oder sich auf der Peripherie stehend um eine vertikale Achse drehen, so ergiebt sich dieselbe daraus, daß durch die rollende Bewegung der Unterstützungspunkt seine Lage unterhalb des Schwerpunktes stets ändert, so daß sobald die umfallende Bewegung nach einer Seite hin eingeleitet ist, der Unterstützungspunkt alsbald nach dieser Seite hinausunter den Schwerpunkt und sogar seitlich über denselben hinaustritt, wodurch dann sofort eine umfallende Bewegung nach der entgegengesetzten Seite hin eigeleitet wird. Der Unterstützungspunkt tritt nach dieser Seite hin wieder unter den Schwerpunkt resp. über denselben seitlich hinaus, und so wiederholt sich dieser Vorgang stetig; der scheibenartige Körper

pendelt gleichsam fortwährend seitlich seiner fortschreitenden Bewegungsrichtung. Die Bahn, welche die Peripherie einer materiellen Scheibe auf einer Ebene rollend durchlaufen würde, wenn kein Bestreben zum Umfallen der Scheibe nach der Seite vorhanden wäre, ist eine gerade Linie; diese Bahn ist eine doppelt gekrümmte Kurve, wenn ein Bestreben zum Umfallen der Scheibe vorhanden ist.

Ein Ferneres für die freien Achsen aufgestelltes Gesetz befindet sich auf Seite 160 des zu Grunde liegenden Lehrbuches angeführt. Es heißt: „Wenn auf einen um eine freie Achse sich drehenden Körper eine nicht allzu große Kraft einwirkt, welche die Richtung der Achse zu ändern strebt, so ändert sich die Richtung der Achse nicht, sondern die Achse dreht sich mit unveränderter Richtung in einer Kegeloberfläche um die Hauptachse des ganzen Systems."

Für die Ungeheuerlichkeit dieser Behauptung brauchen wir uns nicht versucht zu fühlen, den Verfasser des Buches, Herrn Professor Reis, verantwortlich zu machen, denn das Gesetz befindet sich in solcher Fassung auch in andern Lehrbüchern. Es bildet lediglich den Beweis dafür, wie unklar die Anschauungen über den in Betracht gezogenen Gegenstand im Allgemeinen noch sind; denn es braucht wohl kaum darauf hingewiesen zu werden, daß eine Achse — eine Linie — sich nicht mit unveränderter Richtung in einer Kegeloberfläche bewegen kann, eine solche Anschauung würde den Grundbegriffen der Stereometrie allzusehr widersprechen.

Angenommen, die Drehachse bewegte sich wirklich in einer Kegeloberfläche um eine gewisse ideale Achse, so würde diese Thatsache doch schwerlich mit dem Gesetz in Einklang zu bringen sein, nach welchem die freie Drechachse eines rotirenden Körpers mit einer gewissen Kraft in ihrer Richtung verharren soll. Es wäre in letzterem Falle doch eine ebenso große Kraft nothwendig um in Bezug auf die Veränderlichkeit der Richtung der Drehachse Gleichgewicht herzustellen und erst ein gewisses Plus von Kraft könnte eine Veränderung der Richtung der Drehachse bewirken. Die nächste Frage ist ferner die, ob sich die Drehachse thatsächlich in einer Kegeloberfläche um eine Hauptachse dreht und diese Frage ist entschieden zu verneinen. Die Lage dieser sogenannten Haupt- oder idealen Achse soll sich als resultirende Richtung aus den Richtungen derjenigen Achsen ergeben, um welche ein Drehungsbestreben des Körpers vorhanden ist. Wenn nun schon von vornherein bestritten werden muß, daß man, aus dem Bestreben eines Körpers sich um eine ihm eigenthümliche und um eine räumliche Achse zu drehen eine sich ergebende Drehung um eine resultirende Achse folgern darf, so müßte doch in Consequenz einer solchen Folgerung zugegeben werden, daß der Körper sich alsdann lediglich um die resultirende Achse drehen muß, denn, wenn er sich nebenbei noch um die ihm eigenthümliche Componenten-Achse soll drehen können, so müßte er sich auch um die räumliche Componenten-Achse gleichzeitig drehen können. Ein Aufhören der Rotation des Körpers um die ihm eigenthümliche Achse nach Einwirkung einer Kraft, welche die Richtung dieser Achse zu ändern sucht, ist aber noch an keinem der bekannten Rotationsapparate beobachtet worden, sondern die Körper behalten ihre Rotation um die ihnen eigenthümliche freie Drehachse stets vollkommen bei.

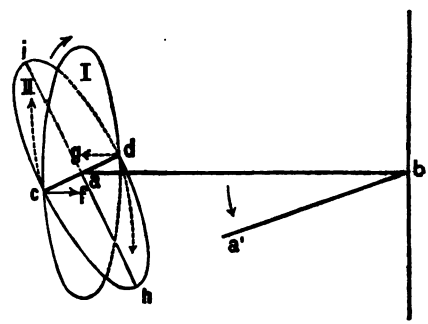
Die Achse eines auf der Spitze stehenden rotirenden Kreisels dreht sich bekanntlich in einer Kegeloberfläche um eine verticale Achse, welche durch den Schwerpunkt geht. Der Kegelwinkel wird Anfangs unmerklich, im Ganzen aber mit Abnahme der Rotationsgeschwindigkeit des Kreisels progressiv größer, bis der Umfang des Kreisels den Boden berührt und alsdann auf demselben fortrollt.

Hier wäre also die sogenannte Haupt- oder ideale Achse stets die Verticale durch den Unterstützungspunkt. Die Hauptachse behält hier also bei allen verschiedenen denkbaren Verhältnissen der lebendigen Kraft der Rotation des Kreisels zu derjenigen Kraft, welche die Richtung der Drehachse zu ändern sucht, stets dieselbe Richtung. Der Umstand, daß die schiefstehende Achse eines auf der Spitze rotirenden Kreisels sich manchmal senkrecht aufrichtet, das heißt, daß der Winkel des Kegels, in dessen Oberfläche sich die Achse bewegt, im Verlauf der Drehung manchmal kleiner statt größer wird, kann hier nicht in Betracht gezogen werden, denn diese Erscheinung kann ja nur darauf beruhen, daß der Unterstützungspunkt nicht feststeht, sondern sich mehr und mehr unter den Schwerpunkt schiebt.

Betrachten wir die Bahn der Drehachse der rotirenden Körper am Bohnenberger'schen oder Fessel'schen Apparat oder am Foucault'schen Gyroskop, wenn die Richtung derselben durch eine Kraft, sei es Uebergewicht oder Gewicht des ganzen Apparats, in der ihr eigenthümlichen Verticalebene zu ändern versucht wird, so sehen wir, daß sich die Drehachse aus dieser Verticalebene hinausbewegt. Die Richtung dieser Bewegung nähert sich umsomehr der Senkrechten zu der durch die Drehachse gehenden Verticalebene, je größer die Rotationsgeschwindigkeit im Verhältniß zu der auf die Achse drehend einwirkenden Kraft ist; die Geschwindigkeit dieser seitlichen Bewegung ist dagegen um so größer, je größer die auf die Achse drehend einwirkende Kraft im Verhältniß zur Rotationsgeschwindigkeit des Körpers um die Drehachse ist. Angenommen die Drehachse bewegte sich vollständig in senkrechter Richtung aus der Vertical-Ebene hinaus und behielte diese Richtung vollständig bei, so beschriebe die Drehachse eine Kreisfläche, deren Mittelpunkt der Unterstützungspunkt ist. Da die Richtung der Bahn der Drehachse jedoch mit Abnahme der Rotationsgeschwindigkeit des Körpers um die Drehachse progressiv mehr und mehr von der Senkrechten zur Vertical-Ebene abweicht, so bewegt sich die Drehachse in einer spiralförmig um die Verticale durch den Unterstützungspunkt gewundenen Fläche, oder wenn ich mir den inkorrekten aber vielleicht anschaulicheren Ausdruck erlauben darf, in der Oberfläche eines Kegels, dessen Winkel progressiv kleiner wird und dessen Achse die Verticale durch den Unterstützungspunkt ist. Sollte mit dieser zuletzt beschriebenen Bewegung der Drehachse etwa die in dem oben angeführten dem Lehrbuche von Reis entnommenen Gesetz, behauptete Drehung der Achse in einer Kegeloberfläche um die Hauptachse des ganzen Systems, gemeint sein, so wäre die Hauptachse bei den drei angeführten Rotationsapparaten wieder stets die Verticale durch den Unterstützungspunkt und hätte also stets dieselbe Richtung, was doch mit der Anschauung in Wiederspruch steht, daß die Hauptachse eine resultirende sein soll. Die Drehachse bewegt sich aber nur summarisch in der oben beschriebenen Bahn; sie bewegt sich außerdem noch in anderen Richtungen,

aber mit so geringen Ausdehnungen, daß sich dieselben der Beobachtung entziehen; diese Detailbewegungen lassen sich gewissermaßen nur als ein Zittern der Drehachse und somit als ein Zittern des ganzen Apparates erkennen. Diese Detailbewegung der Drehachse kann aber keine Drehung derselben in einer Kegeloberfläche sein, weil bei einer solchen eine gleichzeitige fortschreitende Bewegung der Drehachse nicht möglich wäre. Herr Reis hat sich nun in seinem Lehrbuche auf einen Beweis der mystischen Behauptung über die Drehung der Achse in einer Kegeloberfläche gar nicht eingelassen, sondern nur die Poggendorff'sche Betrachtung angeführt, welche die Ablenkung der Drehachse aus der Ebene, in welcher eine Kraft sie zu drehen strebt, mechanisch zu erklären sucht.

Figur I.



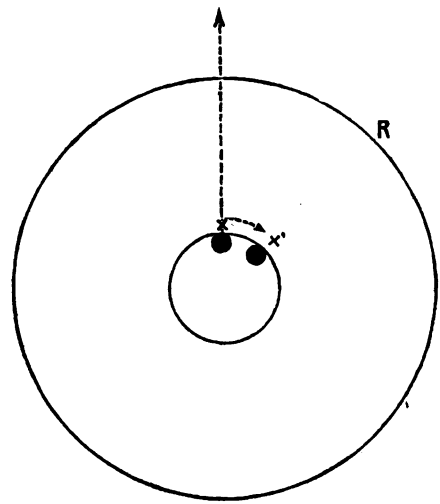
Der sogenannte Beweis nach Poggendorff lautet folgendermaßen: „Es sei in nebenstehender Figur I die mit der Achse a b drehbare Scheibe I, welche durch eine Kraft in die Lage II gebracht werde. Die Theilchen der Scheibe z. B. c und d haben das Bestreben in der früheren Richtung weiter zu gehen, werden demnach von Kräften in den durch Pfeile angedeuteten Richtungen gezogen. Die Kraft bei c wirkt diesseits, die Kraft bei d jenseits der neuen Lage der Scheibe schief gegen dieselbe, diese Kräfte enthalten daher jedenfalls senkrechte Componenten, c f und d g, welche an der Scheibe von entgegengesetzten Seiten ziehend wirken, und sie daher um den Durchmesser i h zu drehen streben." Diese Schlußfolgerung hat etwas Bestechendes, sie geht jedoch von der falschen Voraussetzung aus, daß die Theilchen c und d das Bestreben haben sollen, in der früheren Richtung weiter zu gehen; ein solches Bestreben ist bei den betreffenden Theilchen aber gar nicht vorhanden, sondern lediglich ein Bestreben, sich in resultirender Richtung zu bewegen. Diese resultirende Richtung ergiebt sich aus der Verbindungslinie der Orte, welche das Theilchen im Raume einnehmen würde, wenn es die Componenten-Bewegungen innerhalb gleicher Zeitdifferentiale nach einander ausführte. Wenn ich im ersten Theile dieser Schrift die Ablenkung der Drehachse eines rotirenden Körpers nach Eintritt einer Kraft, welche die Richtung dieser Achse zu ändern strebt, lediglich dem Einflusse der mitrotirenden, den Körper umgebenden Lufthülle zugeschrieben habe, so muß ich hier bemerken, daß ich durch die mit dem Weigle'schen Apparate angestellten Versuche zu der Ueberzeugung gelangt bin, daß die bei den bekannten Rotationsapparaten wie Kreisel, Gyroskop, Fessel'scher und Bohnenberger'scher Apparat eintretenden Ablenkungen der Drehachse nicht allein, sondern nur zum sehr geringsten Theil durch die mitrotirende Lufthülle hervorgerufen werden. Diese Beobachtung hätte mich vielleicht bewegen sollen, den ersten Theil dieser Schrift auf Grund der nunmehr

von mir gefundenen Ablenkungseinflüsse umzuarbeiten, aber in Rücksicht darauf, daß die im ersten Theile enthaltenen Betrachtungen vielleicht Anhaltspunkte für die Erklärung des Verhaltens der Drehachse von frei schwebenden Weltkörpern geben können, glaube ich den ersten Theil dieser Schrift in seiner ursprünglichen Gestalt veröffentlichen zu dürfen, um so mehr, als ich von dem geneigten Leser wohl voraussetzen kann, daß er einsieht, das es mir bei Abfassung dieser Schrift nur darum zu thun gewesen ist, darzulegen, daß die Drehachse eines rotirenden Körpers nach allen Richtungen hin ebenso frei beweglich ist, wie dieselbe Achse, wenn der Körper nicht um dieselbe rotirt. Es war mir also nicht um die an und für sich müßige Betrachtung des Einflusses der mitrotirenden Lufthülle zu thun, nachdem Professor Magnus diesen Gegenstand in ganz erschöpflicher Weise behandelt hatte, sondern indem ich die näher liegenden ablenkenden Bewegungseinflüsse übersah, griff ich zu dem durch die Untersuchungen von Professor Magnus Dargebotenen, und erst die angestellten Messungen haben mir gezeigt, daß die Ablenkung der Drehachse der in den Rotationsapparaten rotirenden Körper nicht durch die lebendige Kraft der mitrotirenden Lufthülle bewirkt werden kann. Die angeführten näher liegenden ablenkenden Bewegungseinflüsse mögen daher in Folgendem betrachtet werden; sie entstehen durch die Reibungswiderstände, welche sich zwischen dem rotirenden Körper und demjenigen geltend machen, welcher durch seine Berührung die Richtung der Drehachse zu ändern strebt.

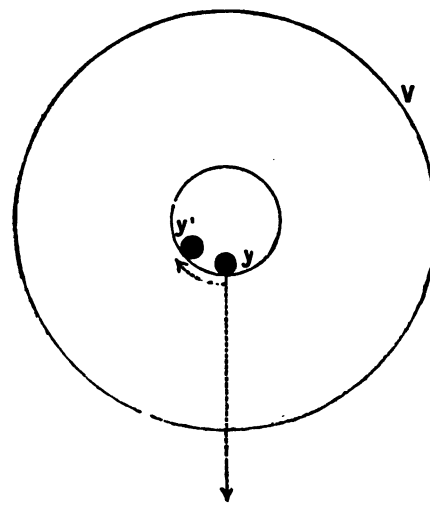
Nach den Axiomen: 1.) „Jede Bewegungsursache liegt außerhalb des Bewegten" und 2.) „Alle Bewegungsursachen wirken in der geraden Verbindungslinie ihres Ausgangs- und ihres Angriffspunktes" kann ein Körper nur durch die Berührung mit einem anderen Körper in eine drehende Bewegung versetzt werden. Denken wir uns einen frei im Raum schwebenden Cylinder mit geraden Grundflächen, welcher in der Richtung der Cylinderachse mit einer cylindrischen Durchbohrung versehen ist. Die Achse möge sich in wagerechter Lage mit der Richtung vom Beobachter — rückseitiges Ende — nach vorwärts — vorderes Ende — befinden. Durch die Durchbohrung des Cylinders möge ein cylindrischer Stab, welcher an beiden Enden über die Grundflächen des Cylinders hervorragt, frei beweglich durchgesteckt sein. Vermittelst des durchgesteckten cylindrischen Stabes wird man nun den Cylinder nach allen Richtungen des Raumes hin beliebig bewegen können und zwar wird sich die Cylinderachse genau in derselben Richtung bewegen, in welcher man den durchgesteckten Stab zu bewegen sucht. Drehen wir den Stab z. B. in einer durch die Richtung rückwärts vorwärts gehenden Vertical-Ebene, so daß sich das rückseitige Ende des Stabes nach oben, das vordere Ende nach unten bewegt, so wird die Achse des Cylinders diese Drehung genau ebenso machen wie der Stab. Anders dagegen wird sich die Bewegungsübertragung von dem Stab auf den Cylinder gestalten, wenn sich der Letztere in Rotation um seine Cylinderachse befindet; ich behaupte, daß alsdann gar kein Drehungsbestreben der Cylinderachse in der Verticalebene eintritt, sondern daß der Stab, welcher sich in dieser Verticalebene zu drehen bestrebt ist, alsbald nach Berührung mit der Masse des rotirenden Cylinders aus seiner Richtung abgelenkt wird.

In nebenstehenden Figuren II und III möge der große Kreis R die rückseitige, der große Kreis V die vordere Grundfläche des Cylinders darstellen; die kleinen concentrischen Kreise sollen die cylindrische Durchbohrung und die ganz kleinen excentrischen Kreise den durchgesteckten Stab andeuten. Wenn wir den Stab in der Verticalebene der Cylinderachse so zu drehen suchen, daß er sich mit seinem rückseitigen Ende nach oben, mit dem vorderen Ende nach unten bewegt, so wird er in der Nähe der rückseitigen Grundfläche, an der oberen Mantelfläche des Hohlcylinders mit der Masse des Cylinders Fühlung nehmen; in der Nähe der vorderen Grundfläche wird er den Cylinder an der unteren Mantelfläche des Hohlcylinders berühren. Diese Berührungspunkte sind in den nebenstehenden Figuren mit x und y bezeichnet. Angenommen, der Cylinder befände sich in Rotation von oben über rechts nach unten, — welche Rotationsrichtung in den Figuren durch Pfeilstriche bezeichnet ist, — so läßt sich die Bewegungsübertragung folgendermaßen betrachten: Der Stab kommt im Punkte x in Berührung mit Massentheilchen, die sich nach rechts bewegen, im Punkte y kommt er in Berührung mit Massentheilchen, die sich nach entgegengesetzter Richtung — nach links — bewegen. Durch die Reibung wird der Stab also im Punkte x nach rechts, im Punkte y nach links bewegt; da ihm aber außerdem im Punkte x ein Bewegungsbestreben nach oben, im Punkte y nach unten innewohnt, so wird er als Resultirende im Punkte x eine Richtung oben rechts, im Punkte y eine Richtung unten links einschlagen. Auf diesem Wege kommt der Stab nun aus der Lage bei x in die Lage bei x^1 aus der Lage bei y in die Lage bei y^1 und dadurch in Berührung mit Massentheilchen des Cylinders die bei x^1, eine nach unten rechts

Figur II.



Figur III.



bei y^1 eine nach oben links gerichtete Bewegung besitzen. Der Stab wird also durch die Reibung bei x^1 nach unten rechts, bei y^1 nach oben links bewegt, welche Bewegungsrichtung sich bei x^1 in eine nach rechts und eine nach unten, bei y^1 in eine nach links und eine nach oben gerichtete Componente zerlegen läßt. Die Ablenkung des Stabes bei x^1 nach unten und bei y^1 nach oben ist nun seiner Bewegungsrichtung, welche eine Ablenkung überhaupt veranlaßt und möglich gemacht hat, gerade entgegengesetzt; es handelt sich also darum, abzuwägen, wie sich die Größenverhältnisse der verschiedenen Bewegungen gestalten werden. Die seitliche Ablenkung des Stabes aus der Verticalebene, in welcher er zu drehen versucht wird, ist abhängig von der Reibung zwischen Stab und Cylinder und demnächst von der Rotationsgeschwindigkeit des Cylinders. Diese Seitenablenkung hat also zur Bedingung, daß der Stab sich in der Verticalebene zu drehen sucht und hört in dem Moment auf, wenn die Bedingung fortfällt, das heißt, wenn der Stab sich nicht mehr in der Vertilalebene zu drehen strebt und dadurch nicht mehr mit der Cylindermasse in Berührung tritt. Da nun die oben erwähnte Ablenkungs-Componente in der Verticalebene, also im Punkte x^1 nach unten im Punkte y^1 nach oben nur eine Function der seitlichen Ablenkung ist, so kann dieselbe niemals so groß werden, wie das ursprüngliche Drehungsbestreben des Stabes in der Verticalen nach entgegengesetzter Richtung. Die Ablenkungskomponente in verticaler Richtung kann sich in ihrer Größe dem ursprünglichen Drehungsbestreben nur unendlich nähern, so daß sich die Bewegung in der Verticalen auf ein äußerst kleines Positivum in Richtung des ursprünglichen Drehungsbestrebens des Stabes reducirt. Denn, gesetzt, der Fall träte ein, daß die ablenkende Componente in der Verticalen ebenso groß würde, wie das Drehungsbestreben des Stabes, so würde die Bewegung des Stabes in der Verticalen $= 0$, — da die ablenkende Bewegung in der Verticalen die entgegengesetzte Richtung hat, wie das ursprüngliche Drehungsbestreben in der Verticalebene. — Damit würde dann aber sofort die Bedingung für die seitliche Ablenkung fortfallen und diese aufhören, und mit dem Aufhören der seitlichen Ablenkung verschwindet wieder die Bedingung für das Auftreten einer Ablenkung in verticaler Richtung. So muß die endresultirende Bewegung des Stabes mit dem Cylinder an der rückseitigen Grundfläche nach oben, rechts, an der Seite der vorderen Grundfläche nach unten, links gerichtet sein. Je nach dem Verhältniß zwischen der Größe der Rotationsgeschwindigkeit des Cylinders und dem Drehungsbestreben des Stabes wird die endresultirende Richtung sich mehr der Richtung nach rechts, resp. links, oder nach oben, resp. unten, nähern. Denken wir uns ferner einen frei im Raum schwebenden massiven Cylinder, welcher in der Richtung der Cylinderachse zu beiden Seiten über die Grundflächen hinaus mit cylindrischen, stabartigen Angüssen versehen ist. Um diese stabartigen Angüsse möge je ein Ring mit mäßigem Spielraum umgelegt sein. Vermittelst dieser Ringe kann man alsdann den Cylinder nach allen Richtungen des Raumes hin beliebig bewegen. Betrachten wir hier nur die Uebertragung der Bewegung des am rückseitigen Ende aufgesteckten Ringes auf den von oben über rechts nach unten rotirenden Cylinder.